

طراحی بهینه تیر بتن مسلح با مقطع T شکل با برنامه ریزی درجه دوم

کد (213A)

سمیه ابراهیمی^۱، علیرضا حبیبی^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد عمران سازه، دانشگاه کردستان، سنندج

Email: S.ebrahimi@eng.uok.ac.ir

۲- دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج

Email: ar.habibi@uok.ac.ir

چکیده

یکی از پرمصرف ترین مقاطع غیر مستطیلی در تیرهای بتن مسلح، مقاطع بال دار هستند. هدف از تحقیق حاضر طراحی بهینه تیرهای T شکل بتن مسلح تحت اثر بارهای نهایی بر اساس ضوابط آئین نامه بتن ایران می باشد. مدل بهینه سازی تیر با هدف حداقل سازی هزینه و تامین محدودیت های طراحی ایجاد می شود. مساله بهینه سازی غیرخطی تیر با استفاده از الگوریتم برنامه ریزی درجه دوم حل می شود. برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی در کاهش هزینه ها و اقتصادی نمودن طرح، چند مثال عددی بررسی می گردد. مقایسه ی نتایج روش پیشنهادی با روش کلاسیک نشان می دهد که روش به کار رفته می تواند به طور موثری هزینه تیر بتنی را کاهش دهد.

کلمات کلیدی: طراحی بهینه، بتن مسلح، تیر T شکل، برنامه ریزی درجه دوم

۱- مقدمه

با پیشرفت روش های ریاضی و کاربرد رایانه تلاش زیادی در زمینه طراحی بهینه سازی های مهندسی به وسیله روش های برنامه ریزی انجام گرفته است. روش های طراحی معمول تنها نیازمندی های فنی طرح را برآورده می کنند و تنها قابل قبول بودن یک طرح مدنظر است؛ اما در بهینه سازی تنها قابل قبول بودن یک طرح مورد نظر نیست، بلکه تعیین بهترین طرح از میان طرح های موجود مورد توجه می باشد. منظور از بهینه سازی در مهندسی عمران یافتن طرحی برای سازه است که ضمن رعایت ضوابط فنی، حداقل هزینه را داشته باشد [۱].

تیر T شکل در اکثر سازه های صنعتی به خصوص در کف ساختمان، دیوارهای حائل، عرشه پل ها و در بیشتر پروژه های سازه های بتن مسلح استفاده می شود. روش هایی برای بهینه سازی سازه های بتن مسلح جهت به دست آوردن حداقل هزینه وجود دارد. کاهش هزینه شامل بتن، فولاد و پیکر بندی سازه است. به این معنی که تابع هدف شامل متغیرهایی از جمله ابعاد تیر و سطح مقطع میلگردهای فولادی می باشد. با این حال این بهینه سازی ها یک تحلیل کشسان و خطی را در سازه در نظر می گیرد. این نوع از تحلیل خطی برای حالت بهره برداری طراحی به کار می رود و برای تعیین ابعاد مقطع بسیار مهم است. در حالت طراحی نهایی، این تحلیل با در نظر گرفتن رفتار غیرخطی مصالح صحیح نیست.

در زمینه طراحی بهینه مقطع T شکل تحقیقاتی انجام شده است که به برخی از مهم ترین آن ها اشاره می گردد. در سال ۱۹۹۴ آدامیر و کاریهالو^۱ [۲] بر روی حداقل کردن هزینه تیر T شکل بتن مسلح با استفاده از الگوریتم DCOC تحقیقاتی انجام دادند و نتیجه تحقیقشان کاهش هزینه طراحی تیر با استفاده از مقطع T شکل بود. فریرا^۲ و همکاران [۳] در سال ۲۰۰۳ بر روی طراحی بهینه مقطع T شکل بتن مسلح تحقیق نمودند. آنها بهینه سازی سطح مقطع فولاد و محل قرارگیری فولادها در یک تیر T شکل تحت اثر خمش را بررسی کردند، هدف آن ها به دست آوردن یک تحلیل بهینه تیر بتن مسلح T شکل براساس حالت نهایی طراحی بود و نتایج خود را در قالب یک مثال طراحی توسط نرم افزار آباکوس نشان دادند و یک مقایسه با روش عملی در CEB انجام دادند. در سال ۲۰۱۰ فرهات و بوئالم^۳ [۴] نیز مثل آدامیر بر روی بهینه سازی تیر T شکل بتن مسلح تحت اثر بارهای نهایی کار کردند، آنها طراحی را بر اساس استاندارد Eurocode2 انجام دادند و مساله غیر خطی طراحی را براساس الگوریتم GRG حل کردند و نشان دادند که هزینه های طراحی تیر T شکل در مقایسه با طراحی به روش کلاسیک کاهش می یابد.

مطالعه ادبیات موضوع نشان می دهد که تحقیقات کمی در مورد بهینه کردن مقطع T شکل صورت گرفته است. در این تحقیق طراحی بهینه تیر بتنی T شکل به روش حالات حدی و بر اساس آئین نامه بتن ایران (آبا) صورت می گیرد و پس از تعریف فرمول بندی مساله جهت حل مساله بهینه سازی مقطع T شکل، الگوریتم برنامه ریزی درجه دوم متوالی (SQP) به کار گرفته می شود. نشان داده می شود با روش پیشنهادی به میزان قابل توجهی هزینه طرح نسبت به طراحی سنتی یا کلاسیک کاهش داده خواهد شد.

۲- تحلیل تیر T شکل

استفاده از تیرهای T شکل برای تیرهای دو سر ساده در دهانه های بزرگ، بهترین گزینه محسوب می شود. در این تحقیق یک تیر ساده دو سر مفصل تحت بار گسترده یکنواخت که ناشی از بارهای مرده و زنده است در نظر گرفته می شود. مقطع طولی و سطح مقطع عرضی تیر در شکل ۱ نشان داده شده است. فرض می شود که ارتفاع بلوک تنش ویتنی بزرگتر از ارتفاع بال مقطع T شکل است و تیر عملکردی T شکل دارد. بنابراین کلیه ضوابط طراحی برای تیری با عملکرد T شکل در نظر گرفته می شود. برای طراحی تیر از روش حالات حدی، که ضوابط مربوط به آن در آئین نامه بتن ایران [۵] آمده است، استفاده می شود. بر این اساس، حداکثر کرنش فشاری بتن 0.003 فرض می گردد. در طراحی آرمانتور طولی فرض بر این است که شکست نرم اتفاق می افتد.

¹ Adamir and Karihaloo

² Ferrira

³ Ferhat and boualem

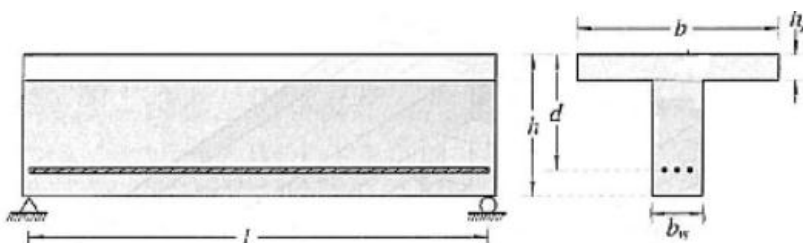
۳- مدل بهینه سازی طراحی تیر تی شکل

جهت بهینه سازی تیر T شکل نیاز به تعریف اجزای مدل بهینه می باشد که در ادامه به تشریح آن پرداخته می شود.

۳-۱- متغیرهای طراحی

متغیرهای طراحی پارامترهایی هستند که طرح بهینه را تحت تاثیر قرار می دهند و مقادیر آن ها به صورت بهینه باید تعیین گردند. در این تحقیق متغیرهای طراحی به شرح ذیل می باشند:

- متغیر شماره ۱ (x_1): عرض بال تیر (b)
- متغیر شماره ۲ (x_2): عرض جان تیر (b_w)
- متغیر شماره ۳ (x_3): ارتفاع موثر تیر (d)
- متغیر شماره ۴ (x_4): ارتفاع بال تیر (h_f)
- متغیر شماره ۵ (x_5): سطح میلگرد لایه زیرین جان تیر (A_s)
- متغیر شماره ۶ (x_6): ارتفاع کل تیر (h)



شکل ۱: مشخصات ابعادی یک تیر T شکل ساخته شده به صورت مجزا

۳-۲- تابع هدف

تابع هدف در مسائل بهینه سازی به عنوان معیاری برای رسیدن به طرح مطلوب (بهینه) در نظر گرفته می شود و شامل متغیرهای طراحی و پارامترهای ثابتی می باشد که با حداقل شدن این تابع ضمن برآورده شدن محدودیت های طراحی (قیود طراحی)، هزینه اجرای تیر T شکل (که به عنوان تابع هدف در نظر گرفته می شود) باید حداقل گردد. به این ترتیب تابع هدف را می توان مطابق رابطه (۱) فرمول بندی نمود:

$$f(x) = c_c l ((x_2 x_6 - x_5) + (x_1 - x_2) x_4) + c_s l x_5 \quad (1)$$

که در آن c_c هزینه واحد حجم بتن ریزی، c_s هزینه واحد حجم میلگرد، L طول دهانه تیر T شکل می باشد.

۳-۳- قیود طراحی

به منظور تعریف مدل یک مسئله بهینه سازی، محدودیت هایی که طرح را تحت تاثیر قرار می دهند را به عنوان قیود طراحی برای مدل در نظر می گیرند. طرح بهینه زمانی قابل قبول می باشد که متغیرهای طراحی، تمامی قیود تعریف شده را برآورده کنند. در این تحقیق قیود طراحی شامل هشت قید نامساوی شامل قید خمش، قید برش، قید کمترین و بیشترین مقدار فولاد، قید ابعاد و قید حداقل ارتفاع تیر، و یک قید مساوی می باشد که به صورت ذیل فرمول بندی می شوند:

$$g_1: M_u - M_r = M_u - \left(0.85 \phi_c f_c x_4 (x_1 - x_2) \left(x_3 - \frac{x_4}{2} \right) \right) - \left(0.85 \beta_1 \phi_c f_c \left(\frac{600}{600 + f_y} \right) x_2 x_3 (x_3 - \frac{\phi_s f_y (x_5 - (0.85 \frac{\phi_c f_c}{\phi_s f_y} x_4 (x_1 - x_2))))}{2 * 0.85 \phi_c f_c x_2} \right) \leq 0$$

$$g_2: V_u - V_r = V_u - 0.2 \phi_c f_c x_2 x_3 \leq 0$$

$$g_3: A_s - A_{smax} = A_s - A_{sb,T} = x_5 - (0.85 \frac{\phi_c f_c}{\phi_s f_y} x_4 (x_1 - x_2) + 0.85 \beta_1 \frac{\phi_c f_c}{\phi_s f_y} \frac{600}{600 + f_y} x_2 x_3) \leq 0$$

$$g_4: A_{smin} - A_s = \max \left\{ \frac{1.4}{f_y}, \frac{0.25 \sqrt{f_c}}{f_y} \right\} x_2 x_3 - x_5 \leq 0$$

$$g_5: b - 4b_w = x_1 - 4x_2 \leq 0 \quad (2)$$

$$g_6: \frac{1}{2} b_w - h_f = 0.5x_2 - x_4 \leq 0$$

$$g_7: h - \frac{l}{16} = x_6 - \frac{l}{16} \leq 0$$

$$h_1: x_6 - x_3 - \left(cover + \frac{D}{2} \right) = 0$$

در روابط فوق، M_u لنگر خمشی نهایی، کیلو نیوتن متر، M_r لنگر خمشی مقاوم، کیلو نیوتن متر، f_y تنش تسلیم فولاد، کیلو نیوتن بر مترمربع، f_c مقاومت فشاری بتن، کیلو نیوتن بر مترمربع، V_u نیروی برشی نهایی موجود، کیلو نیوتن، V_r نیروی برشی مقاوم مقطع، کیلو نیوتن، A_s سطح مقطع میلگردها، D قطر میلگرد، $Cover$ پوشش محافظ بتن و ϕ_c و ϕ_s بترتیب ضرایب جزئی ایمنی بتن و فولاد می‌باشند.

۴- الگوریتم بهینه سازی

در این تحقیق از الگوریتم بهینه سازی SQP جهت حل مسئله طراحی بهینه تیر بتن مسلح T شکل استفاده می‌شود. الگوریتم SQP یکی از روش‌های ریاضی توانمند در زمینه بهینه سازی می‌باشد. در هر تکرار اصلی روش SQP تقریبی از هسیان تابع لاگرانژ با استفاده از یک روش به روز کننده شبه نیوتنی بدست می‌آید. سپس این تقریب برای تولید یک زیر مساله QP که هدف از آن یافتن جهتی برای جستجوی خطی می‌باشد، به کار می‌رود. جزئیات مربوط به این روش در مرجع [۷] آمده است.

۵- مثال عددی

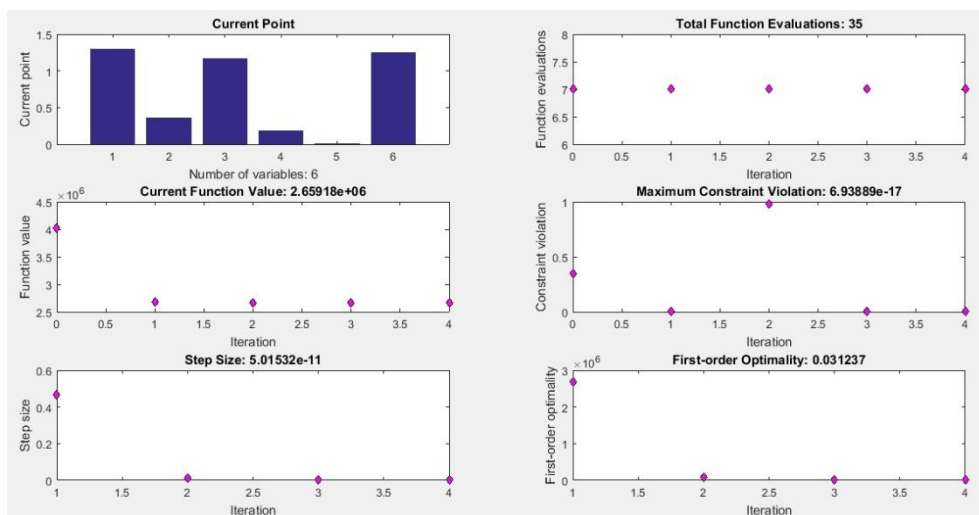
برای نشان دادن کاربرد و تاثیر روش پیشنهادی برای طراحی بهینه تیر T شکل چند نمونه کاربردی که قبلاً از روش کلاسیک برای طراحی آن استفاده شده است، مورد بررسی قرار می‌گیرد. شایان ذکر است که در روش کلاسیک، طراحی این نوع سازه‌ها به طرح بهینه منتهی نمی‌شود. زیرا رویکرد عمومی طراحی کلاسیک به دست آوردن طرحی است که محدودیت‌های طراحی را برآورده می‌کند ولی در روش بهینه ضمن برآورده شدن محدودیت‌های طراحی، طرحی بدست می‌آید که از لحاظ اقتصادی توجیه پذیرتر و مقرون به صرفه تر از طرح کلاسیک است. مقادیر پارامترهای ثابت که برای همه مثال‌ها یکسان می‌باشند، در جدول (۱) ارائه می‌شود.

جدول (۱) پارامترهای ثابت در مثال‌های عددی

مقدار	شرح پارامتر	پارامتر	ردیف
100000 toman/m ³	هزینه واحد حجم بتن	C_c	۱
11000000 toman/m ³	قیمت واحد حجم میلگرد	C_s	۲
$2 * 10^5$ Mpa	مدول الاستیسیته فولاد	E_s	۵
0.65	ضریب جزئی ایمنی مقاومت بتن	ϕ_c	۶
0.85	ضریب جزئی ایمنی مقاومت فولاد	ϕ_s	۷
0.003	کرنش نهایی بتن	ϵ_{cu}	۸
0.06m	پوشش بتن روی میلگردها	Cover	۹
0.018m	قطر میلگرد	D	۱۰
0.92	ضریب عددی	β_1	۱۱

۵-۱- مثال اول

در این مثال نیروی برشی نهایی برابر ۱۳۹۰ کیلو نیوتن، لنگر خمشی نهایی ۴۹۹۱ کیلو نیوتن متر، طول دهانه تیر ۲۰ متر، مقاومت مشخصه بتن برابر ۲۰ مگاپاسکال و مقاومت جاری شدن فولاد برابر ۴۰۰ مگا پاسکال در نظر گرفته می شود. پس از انجام طراحی با روش پیشنهادی تحقیق، طرح بهینه پس از ۴ تکرار حاصل می شود. نتایج بهینه سازی برای متغیرهای طراحی و تابع هدف در جدول (۲) آمده و با نتایج حاصل از روش کلاسیک مقایسه شده است. در شکل ۱ نمودار تاریخچه همگرایی ترسیم شده است. نتایج حاصله نشان دهنده همگرایی مطلوب الگوریتم بکار رفته می باشد.



شکل (۲) نمودار تاریخچه همگرایی مثال اول

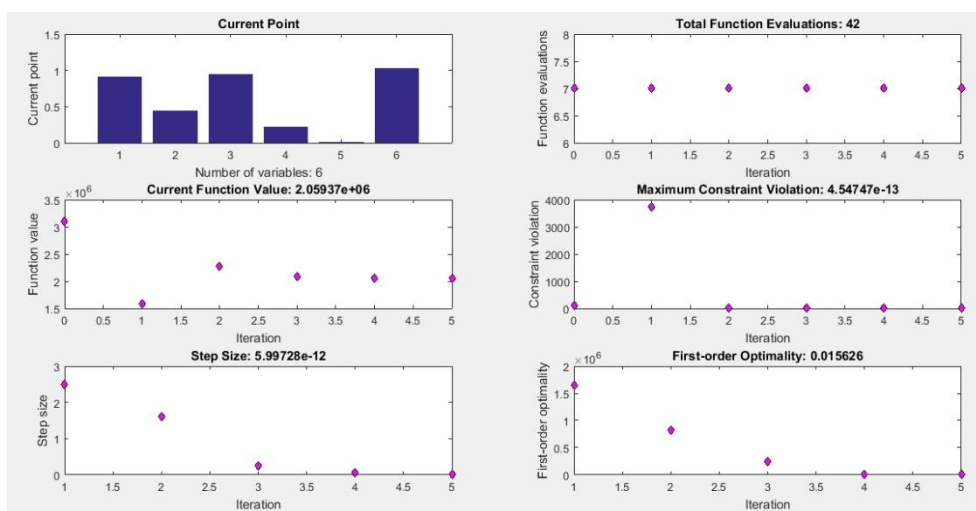
جدول (۲) مقایسه نتایج روش کلاسیک و بهینه مثال اول

تابع هزینه (تومان)		X ₆ (m)	X ₅ (m)	X ₄ (m)	X ₃ (m)	X ₂ (m)	X ₁ (m)	روش طراحی
٪۳۲/۱	۳۹۳۲۴۹۸	۱/۶	۰/۰۱۱۴۶۱	۰/۱۴	۱/۴۶	۰/۴	۱/۲	کلاسیک
کاهش	۲۶۵۹۱۷۶	۱/۲۵	۰/۰۰۶۴	۰/۱۸	۱/۱۷	۰/۳۷	۱/۳	بهینه

همانطور که نتایج بهینه سازی نشان می دهند، هزینه در طرح بهینه نسبت به طرح کلاسیک ٪۳۳/۲ کاهش یافته است. نمودار تغییرات بیشترین مقدار نقض شدگی در قیود طراحی مطابق شکل (۲) بیانگر این موضوع است که مقدار نقض شدگی قیود در چرخه پایانی طراحی به نزدیک صفر می رسد. این موضوع نشان می دهد که روش پیشنهادی تحقیق ضمن حداقل نمودن هزینه های ساخت تیر T شکل، توانایی تامین کلیه محدودیت ها را دارد.

۵-۲-مثال دوم

در این مثال نیروی برشی نهایی برابر ۱۴۳۳/۳ کیلو نیوتن، لنگر خمشی نهایی ۳۴۶۷/۸ کیلو نیوتن متر، طول دهانه تیر ۱۶/۵ متر، مقاومت مشخصه بتن برابر ۲۱ مگاپاسکال و مقاومت جاری شدن فولاد برابر ۴۰۰ مگاپاسکال در نظر گرفته می شود. در این مثال با توجه به نمودار تاریخچه همگرایی مطابق شکل (۳) ملاحظه می شود که تابع هدف پس از ۵ چرخه همگرا می شود و مقدار هزینه حداقل طرح با توجه به جدول (۳)، ۱۲۴۸۱۰۳ تومان به دست می آید، که نشان دهنده ی کاهش ۳۳/۴ درصدی نسبت به طرح کلاسیک می باشد.



شکل (۳) نمودار تاریخچه همگرایی مثال دوم

جدول (۳) مقایسه نتایج روش کلاسیک و بهینه مثال دوم

تابع هزینه (تومان)		X ₆ (m)	X ₅ (m)	X ₄ (m)	X ₃ (m)	X ₂ (m)	X ₁ (m)	روش طراحی
٪۳۳/۴	۱۸۷۵۲۹۴	۰/۹۱۸	۰/۰۱۱۴۷۳	۰/۱	۰/۸۴	۰/۵	۲/۱	کلاسیک
کاهش	۱۲۴۸۱۰۳	۱/۰۳۱	۰/۰۰۶۳	۰/۲۲	۰/۹۵	۰/۴۴	۰/۹۱	بهینه

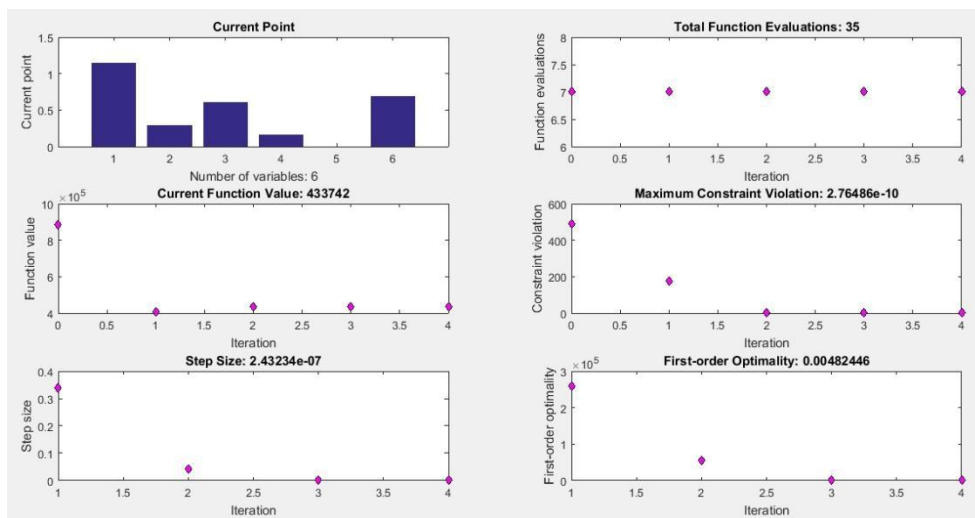
۵-۳- مثال سوم

در این مثال نیروی برشی نهایی برابر ۵۹۷/۸ کیلو نیوتن، لنگر خمشی نهایی ۱۸۴۵/۲۵ کیلو نیوتن متر، طول دهانه تیر ۱۱ متر، مقاومت مشخصه بتن برابر ۲۱ مگاپاسکال و مقاومت جاری شدن فولاد برابر ۴۰۰ مگاپاسکال در نظر گرفته می شود. نتایج بهینه سازی مثال سوم برای متغیرهای طراحی و تابع هدف در جدول (۴) آمده و با نتایج حاصل از روش کلاسیک مقایسه شده است. همانطور که در جدول (۴) ملاحظه می شود هزینه طرح بهینه نسبت به طرح کلاسیک % کاهش دارد.

جدول (۴) مقایسه نتایج روش کلاسیک و بهینه مثال سوم

روش طراحی	X ₁ (m)	X ₂ (m)	X ₃ (m)	X ₄ (m)	X ₅ (m)	X ₆ (m)	تابع هزینه (تومان)
کلاسیک	۰/۸	۰/۴	۰/۶	۰/۲	۰/۰۰۴۱۲۸	۰/۶۷۸	۸۸۱۲۶۷
بهینه	۱/۱۶۵	۰/۲۹	۰/۵۲	۰/۱۶	۰/۰۰۰۵۰۳	۰/۶۸۷۵	۴۳۳۷۴۲

تاریخچه همگرایی این مثال در شکل (۴) نشان داده شده است. نتایج حاصله نشان دهنده همگرایی مطلوب الگوریتم بکار رفته می باشد. همانطور که مشاهده می شود روند کاهشی در هر چرخه نشان دهنده حداقل شدن تابع هدف می باشد. در چرخه چهارم مقدار تابع هدف به کمترین مقدار ممکن رسیده است. همانطور که مشاهده می شود طراحی در اندازه گام نزدیک صفر به طرح بهینه همگرا می شود. این موضوع نشان دهنده تامین معیار بهینگی طراحی تیر در طرح نهایی می باشد.



شکل (۴) تاریخچه همگرایی مثال سوم

۶- نتیجه گیری

در این تحقیق مدل بهینه سازی طراحی تیرهای بتن مسلح با مقطع T شکل بر اساس روش حالات حدی ارائه شده و به حل مسئله طراحی تیر با الگوریتم برنامه ریزی درجه دوم متوالی پرداخته شد. نشان داده شد که روش پیشنهادی ضمن برآورده نمودن کلیه محدودیت های طراحی، می تواند هزینه طراحی را به میزان قابل توجهی نسبت به طراحی کلاسیک کاهش دهد.

۷- مراجع

- [۱] بنفشی، منصور و انصاری مقدم، محمد فاروق، " طراحی بهینه تیر عمیق بتنی "، هفتمین کنفرانس ملی سالیانه بتن ایران، ۱۵ مهر ماه ۹۴.
- [2] A. Adamir and BL. Karihaloo, Minimum Cost Design of Reinforced Concrete T-Beams using DCOC, 2nd International Conference on Computational Structures Technology, B.H.V. Topping and M. Papadrakakis (Eds), Civil-Comp Press, Athen Greece, 1994 (ISBN: 0-948749)
- [3] Ferreira, C. C., M. H. F. M. Barros, and A. F. M. Barros. "Optimal design of reinforced concrete T-sections in bending." *Engineering Structures* 25.7 (2003): 951-964.
- [4] Fedghouche, Ferhat, and Boualem Tiliouine. "Minimum cost design of reinforced concrete T- beams at ultimate loads using Eurocode2." *Engineering Structures* 42 (2012): 43-50.
- [۵] وزارت راه و شهرسازی، مبحث نهم، مقررات ملی ساختمان، طرح و اجرای ساختمان های بتن آرمه، چاپ چهارم، نشر توسعه ایران. ۱۷۹-۱۸۲، ۱۳۸۸.
- [۶] مستوفی نژاد، داوود، سازه های بتن آرمه، چاپ بیست و هفتم، انتشارات ارکان دانش، ۲۷۰-۲۸۲، ۱۳۸۹.
- [۷] جاسبیراس آرورا، مقدمه ای بر طراحی بهین، جلد اول و دوم، ترجمه دکتر حسین ابوالبشری، مشهد، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۷۸.