

بررسی اثر الیاف فولادی بر صلبیت خمشی ستون لاغر بتنی با روش المان محدود

حبیب اکبرزاده بنگر^۱، محمد اسدی کیادهی^{۲*}، نسترن عباسی^۳

۱- استادیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه مازندران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد عمران، گرایش سازه، دانشگاه مازندران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد عمران، گرایش سازه، دانشگاه مازندران

H.akbarzadeh@umz.ac.ir, Mohammad.assadikiadehi@stu.umz.ac.ir, Nastaranabbasi95@yahoo.com

چکیده

تحقیقات انجام شده در سال های اخیر نشان داده است که استفاده از الیاف فلزی در بتن باعث بهبود خصوصیات مکانیکی آن از جمله مقاومت کششی، شکل پذیری و بهبود صلبیت خمشی اعضای بتنی شده است. همچنین تحقیقات نشان داده است که استفاده از بتن الیافی^۱ (SFRC) در ستون های لاغر^۲ باعث افزایش میزان صلبیت خمشی شده است. از طرفی میزان بار کمانشی ستون های لاغر بتنی وابستگی شدیدی به صلبیت خمشی آن دارد. در این تحقیق تاثیر الیاف فولادی بر صلبیت خمشی ستون لاغر بتنی مورد بررسی قرار گرفته است. برای بررسی این اثر از مدل اجزای محدودی در نرم افزار آباکوس استفاده شده است. ابتدا مدل آزمایشگاهی جهت صحت سنجی با مدل اجزای محدودی مورد ارزیابی قرار گرفته است. این ارزیابی نشان داده است که مدل اجزای محدودی با مدل آزمایشگاهی نتایج نزدیک به هم دارند. در ادامه تاثیر الیاف فولادی بر صلبیت خمشی ستون لاغر تحت اثر خروج از مرکزیت^۳ های مختلف توسط مدل اجزای محدودی مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج نشان داده است که استفاده از الیاف فلزی در ستون های لاغر بتنی باعث افزایش صلبیت خمشی شده است. همچنین نتایج نشان داده است که الیاف فولادی در خروج از مرکزیت های کمتر تاثیر بیشتری روی صلبیت خمشی دارد. نتایج نشان داده است که در خروج از مرکزیت های کمتر صلبیت خمشی ستون با الیاف فولادی ۱/۱ برابر بیش تر از ستون فاقد الیاف فولادی شده است.

کلمات کلیدی: ستون لاغر، بتن الیافی، خروج از مرکزیت، سختی خمشی

کد (A)

^۱ Steel fiber- reinforced concrete

^۲ slender column

^۳ eccentricity

۱. مقدمه

استفاده از بتن ییافی در سال های اخیر به طور قابل ملاحظه ای افزایش یافته است. کاربرد ییاف به طور فراگیر از اوایل ۱۹۶۰ در کشورهای صنعتی پیشرفته آغاز شد و در طی این چهار دهه جنس و شکل ییاف و نحوه ساخت بتن ییافی بهبود و کاربردهای آن نیز فزونی یافته است. هم‌اکنون ییاف به عنوان یکی از مواد ساختمانی به همراه بتن در اکثر کشورها به نحو چشم گیری مورد استفاده قرار می‌گیرد. بسیاری از محققان مطالعات گسترده ای بر روی اثرات ییاف بر خصوصیات مکانیکی مختلف بتن انجام داده اند. استفاده از ییاف های مختلف در بتن و ساخت بتن ییافی به عنوان یک گام مؤثر در جلوگیری از انتشار ترک ها و ریز ترک ها و جبران ضعف مقاومت کششی بتن معمولی محسوب می شود. [۱] مهم ترین مشخصه بتن ییافی خاصیت جذب انرژی، شکل پذیری و انعطاف پذیری است. افزودن ییاف تأثیر قابل ملاحظه ای بر روی مقاومت فشاری و مقاومت خمشی بتن می گذارد. افزودن ییاف به بتن یک افزایش در کرنش اوج و شکل پذیری بعد از اوج (بعد از پوسته شدن) در بتن تحت فشار تولید می کند. [۲] استفاده از بتن ییافی در تیر و ستون بتن مسلح باعث افزایش مقاومت خمشی و مخصوصاً برشی می گردد. [۳-۵] همچنین ییاف فولادی به خاطر جلوگیری از باز شدن ترک های خمشی و حتی برشی می تواند باعث افزایش صلبیت خمشی آن ها گردد. [۶] در این مقاله اثر ییاف فولادی بر صلبیت خمشی ستون لاغر در لحظه کمانش تحت اثر خروج از مرکزیت های مختلف بررسی شده است.

۲. نمودار تنش-کرنش فشاری و کششی بتن ییافی

تحقیقات اخیر نشان داده است که ییاف فولادی تأثیر زیادی روی منحنی تنش-کرنش بتن در فشار و کشش دارد. رامش و همکاران [۷] بر اساس کارهای آزمایشگاهی و تئوری یک نمودار تنش-کرنش برای بتن ییافی محصور شده پیشنهاد داده اند. رابطه زیر برای نمودار تنش-کرنش بتن ییافی پیشنهاد شده است :

$$\frac{f}{f_u} = \frac{A_1 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u} \right)}{1 + B_1 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u} \right) + C_1 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_u} \right)^2} \quad (1)$$

در این رابطه ε_u کرنش نهایی بتن، ضرایب A_1 ، B_1 و C_1 ضرایب ثابت می باشند که برای شاخه صعودی به ترتیب برابر با ۲/۱۱۲۸ و ۰/۱۱۲۸ و ۱ و برای شاخه نزولی به ترتیب برابر با ۱/۶۳۳۳ و ۰/۳۶۶۶ و ۱ می باشند. در این رابطه پارامتر f_u برابر با مقدار نیروی مقاوم مقطع تقسیم بر سطح مقطع نمونه می باشد، نیروی مقاوم مقطع طبق رابطه زیر بدست می آید.

$$P = f_c' (1 + 0.55C_i) (1.0228 + 0.102RI) A_g + A_s f_y \quad (2)$$

در رابطه فوق پارامتر C_i شاخص محصور شدگی، A_g مساحت مقطع، A_s و f_y به ترتیب مساحت و مقاومت جاری شدن میلگرد طولی و RI مشخصه ییاف می باشد.

$$C_i = (P_b - P_{bb}) \left(\frac{f_v}{f_c} \right) \sqrt{\frac{b}{s}} \quad (3)$$

$$RI = \frac{v_f L_f}{D_f} \quad (4)$$

پارامترهای v_f ، L_f و D_f به ترتیب حجم ییاف، طول ییاف، فاصله خاموت ها و قطر ییاف است. پارامتر P_b برابر با نسبت حجم خاموت های فولادی به حجم بتن با عرض مقطع b و P_{bb} برابر با نسبت حجم خاموت های طولی به حجم بتن با عرض b و f_v تنش خاموت های عرضی می باشد. در این رابطه شاخص محصورشدگی بدون توجه به حضور ییاف فولادی و فقط با توجه به فاصله خاموت ها و مقاومت بتن و ابعاد مقطع می باشد. برای نمونه نمودار محصور شدگی مقطع 150×150 میلی متر و فولاد های طولی و فولاد های عرضی به ترتیب با قطر $3/92$ و $7/18$ میلی متر و مقاومت بتن $23/1$ مگا پاسکال در شکل (۱-الف) نشان داده شده است.

کمپیون و مانجیوایلانو [۸] رابطه تنش-کرنش زیر را برای پیش بینی رفتار بتن مسلح شده به الیاف را پیشنهاد دادند.

$$\sigma = f_{ef} \frac{A \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{of}} + (D-1) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{of}} \right)^2}{1 + (A-2) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{of}} + D \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{of}} \right)^2} \quad (5)$$

$$A = \frac{E_c}{E_0} \quad (6)$$

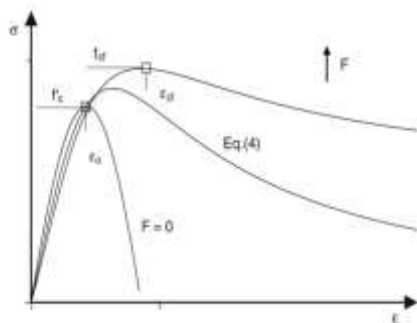
$$E_0 = \frac{f_{ef}}{\varepsilon_{of}} \quad (7)$$

$$D = 0.3136 + 0.175F \quad (8)$$

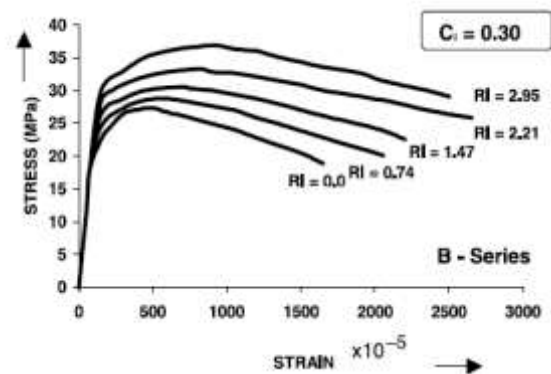
$$f_{ef} = f_c + 6.913F \quad (9)$$

$$\varepsilon_0 = 0.002 \quad (10)$$

در روابط فوق پارامترهای F ، ε_{of} و f_{ef} به ترتیب برابر با مشخصه گروه الیاف، کرنش و تنش حداکثر بتن الیافی می‌باشد و همچنین پارامتر D بر اساس اطلاعات آزمایشگاهی بدست می‌آید. منحنی تنش-کرنش بدست آمده در شکل (۱-ب) نشان داده شده است.



(ب)

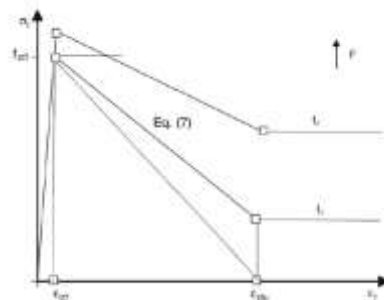


(الف)

شکل ۱- الف) نمودار تنش کرنش در فشار ارائه شده توسط رامش و همکاران [۷]

ب) نمودار تنش کرنش در فشار ارائه شده توسط کمپیون و مانجیوایلانو [۸]

کمپیون و مانجیوایلانو [۸] مدل تنش-کرنش کششی، برای بتن الیافی را از اصلاح مدل پیشنهاد شده توسط منصور و انگ [۹] برای بتن ساده ارائه کردند. این منحنی تنش-کرنش از سه شاخه خطی که در شکل (۲) قابل مشاهده می‌باشد، تشکیل شده است.



شکل ۲- نمودار تنش کرنش در کشش ارائه شده توسط کمپیون و مانجیوایلانو [۸]

منحنی در نظر گرفته شده به وسیله شاخه صعودی اولیه تا مقاومت کششی ماکزیمم f_{cf} و شاخه خطی ثانویه از تنش ماکزیمم تا نقطه با مختصات تنش پسماند f_r و بخش سوم تا جایی که روی محور افق به ϵ_{ctu} می‌رسد. f_y ، E_s ، E_{cf} ، ρ_t و f_c' به ترتیب برابر با مدول الاستیسیته کششی بتن، مدول الاستیسیته، مقاومت جاری شدن خاموت ها، درصد خاموت و مقاومت فشاری نمونه استوانه‌ای می باشد.

$$\sigma = \begin{cases} \epsilon_t E_{cf} & \text{for } \epsilon_t < \epsilon_{cf} \\ (f_{cf} - f_r) \left[\frac{\epsilon_t - \epsilon_{cf}}{\epsilon_{ctu} - \epsilon_{cf}} \right] + f_r & \text{for } \epsilon_{cf} < \epsilon_t < \epsilon_{ctu} \\ f_r & \text{for } \epsilon_{ctu} > \epsilon_t \end{cases}, \quad \epsilon_{cf} = 4733 \sqrt{f_c'} \quad (11)$$

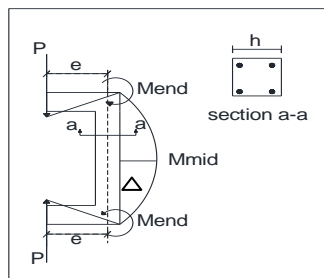
$$\epsilon_{ctu} = 2f_y \left(\frac{1}{E_s} + \frac{\rho_t}{E_0} \right), \quad E_0 = \frac{f_{cf}}{\epsilon_{of}} \quad (12)$$

$$f_r = 0.2 \sqrt{f_c'} F, \quad F = \frac{v_f L_f}{D_f} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) پارامتر F برابر با مشخصه الیاف فولادی می باشد.

۳. ستون لاغر

از نظر سازه ای ستون های بتنی به دو نوع کوتاه و لاغر تقسیم بندی می شوند. کوتاه بودن عضو فشاری بدین معنی است که تأثیر کمانش و تغییر مکان جانبی به اندازه ای کوچک است که می توان از آن ها صرف نظر کرد. در یک عضو لاغر مقاومت فشاری تنها تابعی از مشخصات مقطع نیست، بلکه عوامل ثانویه مانند تغییر مکان جانبی و کمانش بر آن اثر می گذارند. از نظر کمی، کوتاه یا بلند بودن یک عضو فشاری را با نسبت لاغری (L/r) می سنجند. وقتی یک عضو فشاری بلند تحت بار محوری قرار می گیرد، مشاهده می شود که با رسیدن مقدار بار به یک حد مشخصی، که بار بحرانی^۱ یا بار کمانشی نام دارد، عضو دچار ناپایداری می گردد؛ به طوری که با کوچکترین اغتشاشی کمانش کرده و به سرعت گسیخته می شود. در ستون های لاغر، هرچه بار به مقدار بار کمانشی نزدیک تر شود، باعث ایجاد انحنا و افزایش خروج از مرکزیت بار و در نتیجه ایجاد لنگر اضافی ناشی از این خروج از مرکزیت شده و در نهایت باعث گسترش ترک در سرتاسر طول ستون و همچنین تغییر صلبیت خمشی ستون می گردد. شکل (۳) لنگر ثانویه ایجاد شده در ستون لاغر تحت بار کمانشی را نشان می دهد.



شکل ۳- ستون لاغر تحت اثر لنگر ثانویه

بر اساس تئوری الاستیسیته، لنگر ثانویه ستون لاغر با روابط زیر قابل محاسبه است.

$$M_{mid} = \frac{M_{end}}{1 - \frac{P}{P_{cr}}} \quad (14)$$

$$M_{end} = P e \quad (15)$$

^۱ critical load

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (16)$$

با توجه به روابط فوق بار بحرانی به شدت تحت تاثیر صلبیت خمشی ستون های لاغر می باشد. آیین نامه های مختلفی همچون ACI-318 و CSA A23.3 روابطی را جهت محاسبه صلبیت خمشی پیشنهاد کرده اند. مقدار صلبیت خمشی در آیین نامه ACI-318-08 با توجه به رابطه زیر بدست می آید:

$$EI = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_d} \quad (17)$$

در این رابطه پارامترهای E_c ، I_g و β_d به ترتیب برابر با مدول الاستیسیته بتن، ممان اینرسی مقطع ستون بدون در نظر گرفتن میلگرد طولی و ضریب ثابت بار های طولانی مدت می باشد. همچنین آیین نامه CSA-A23.3 برای محاسبه صلبیت خمشی رابطه زیر را ارائه داده است:

$$EI = 0.2E_c I_g + E_s I_s \quad (18)$$

در این رابطه پارامترهای E_c ، I_g ، E_s و I_s به ترتیب برابر با مدول الاستیسیته بتن، ممان اینرسی مقطع ستون بدون در نظر گرفتن میلگرد طولی، مدول الاستیسیته فولاد و ممان اینرسی مقطع فولاد های طولی می باشند. عوامل مختلفی همچون ترک خوردگی در طول ستون مهار نشده، خزش و اثرات غیر خطی بودن منحنی تنش-کرنش روی صلبیت خمشی تاثیر دارند. [۱۰] نتایج حاصل از آزمایش ها نشان می دهد که حضور الیاف موجب افزایش سختی بعد از ترک خوردگی و افزایش شکل پذیری و یا به عبارتی افزایش سطح زیر نمودار بار-تغییر مکان می شود. [۱] همانطور که ذکر شد در لحظه کماتش ستون لاغر صلبیت خمشی متغیر می باشد و به دلیل اینکه در حالت واقعی ممکن است خروج از مرکزیت های مختلفی برای بار محوری در ستون های بتن مسلح با وجود الیاف ایجاد شود، و همچنین هیچگونه بررسی تأثیر الیاف بر روی صلبیت خمشی ستون های بتن مسلح انجام نشده است، لذا در این تحقیق صلبیت خمشی ستون لاغر بتنی با الیاف فلزی در خروج از مرکزیت های مختلف با مدل سازی عددی در نرم افزار آباکوس بررسی شده است.

$$EI = \frac{PL^2}{1 - \frac{M_{end}}{M_{mid}} \pi^2} \quad (19)$$

در عمل بدست آوردن M_{mid} آسان نبوده، بنابراین M_{mid} به M_n اصلاح می شود.

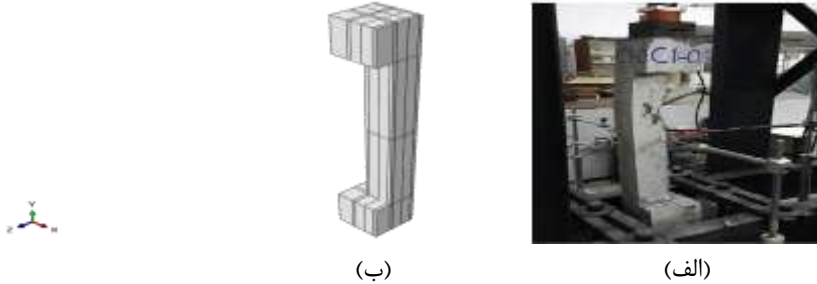
$$EI = \frac{PL^2}{1 - \frac{M_{end}}{M_n} \pi^2} \quad (20)$$

مقدار M_n (ظرفیت مقطع در حالت نهایی) و P از مدلسازی عددی بدست می آید.

۴. مدلسازی عددی

جهت مدلسازی ستون لاغر بتنی معمولی و الیافی، از مشخصات آزمایش های توکوز و همکاران [۱۱] استفاده شده است. در مدلسازی ستون لاغر بتنی معمولی، ابعاد ستون 125×125 میلی متر و با طول 1300 میلی متر و مقاومت بتن $58/46$ مگاپاسکال، 4 عدد میلگرد نمره ($\#12$) با مقاومت جاری شدن 550 مگاپاسکال در گوشه ها و با درصد الیاف فولادی صفر می باشد. در این آزمایش ستون را تحت اثر خروج از مرکزیت دو محوره 40 میلی متر قرار داده اند. همچنین در مدلسازی ستون لاغر بتنی با الیاف فولادی، ابعاد ستون 125×125 میلی متر و با طول 1300 میلی متر و مقاومت بتن $56/32$ مگاپاسکال، 4 عدد میلگرد نمره ($\#12$) با مقاومت جاری شدن 550 مگاپاسکال در گوشه ها و با $39/25$ کیلوگرم بر متر مکعب الیاف (0.5 درصد) با قطر 0.55 و با طول 35 میلی متر و با نسبت ظاهر 64 و چگالی 7850 kg/m^3 می باشد. در این آزمایش ستون را تحت اثر خروج از مرکزیت دو محوره 40 میلی متر قرار داده اند.

جهت مدل سازی ستون لاغر بتنی در نرم افزار آباکوس ابتدا در چند قسمت اجزای ستون تعریف شده است. در مدل سازی قسمت بتنی ستون از دو قسمت بتن محصور شده و بتن محصور نشده استفاده شده است. پس از روی هم گذاری المان های قسمت های مختلف و چیدن میلگرد در داخل ستون، صفحه صلبی به ابعاد ستون و با یک نقطه مبنا، به پائین و بالای ستون مدل شده، و نقطه بارگذاری و شرایط تکیه گاهی برای جلوگیری از تمرکز تنش به نقطه مبنا اختصاص داده شده است. هندسه ستون مدلسازی شده و نمونه آزمایشگاهی در شکل (۴) آمده است.



شکل ۴- الف) هندسه مدل آزمایشگاهی [۱۱] ب) هندسه ستون مدلسازی شده

جهت معرفی مشخصات بتن، برای بتن معمولی از مدل تنش- کرنش هاگنستاد [۱۲] و محصورشده از مدل تنش-کرنش مندر [۱۳] و برای بتن الیافی معمولی مدل تنش-کرنش کمپیون و مانجیاویلانو [۸] و برای بتن الیافی محصورشده از مدل تنش-کرنش رامش [۷] استفاده شده است. در نرم افزار، قسمت الاستیک و پلاستیک بتن از هم جدا می شوند. در قسمت الاستیک، مشخصات مربوط به مدول الاستیسیته بتن و ضریب پواسون به نرم افزار داده شده و برای تعریف قسمت پلاستیک از روش خرابی پلاستیسیته^۱ استفاده شده است. در قسمت پلاستیسیته اعداد جدول (۱) در نرم افزار وارد شده است. [۱۴]

جدول ۱- پارامترهای قسمت پلاستیسیته نرم افزار آباکوس

Dilatation angle	eccentricity	F_{b0}/f_{c0}	k	Viscosity parameter
15	0.1	1.16	0.67	0.0001

قسمت پلاستیک رفتار کششی و رفتار فشاری بتن، به صورت زیر در نرم افزار تعریف شده است:

- ۱- بر اساس یک مدل تنش-کرنش به ازای هر کرنش (ϵ_0) یک مقدار برای تنش (σ) بدست آورده می شود.
- ۲- بعد از $0.4f_c'$ مقدار هر تنش را بر مدول الاستیسیته بتن تقسیم کرده، و طی این عمل یک کرنش جدید (ϵ_1) بوجود می آید.
- ۳- کرنش جدید (ϵ_1) از مقدار کرنش اولیه (ϵ_0) کم می شود.
- ۴- در برنامه مقدار تنش بعد از $0.4f_c'$ ، متناظر با کرنش $\epsilon_1 - \epsilon_0$ وارد می شود.

در قسمت خرابی پلاستیسیته پارامتر دیگری هم به نام شاخص خرابی^۱ برای تعریف هر دو قسمت پلاستیک کششی و فشاری بتن مورد نیاز می باشد. این پارامتر به این معنی است که رفتار بتن بعد از تنش اوج به چه میزانی افت می کند، یا به عبارت دیگر به چه میزان از مقاومت بتن کاسته می شود. با توجه به راهنمای نرم افزار آباکوس یکی از بهترین روش برای تعریف شاخص خرابی رابطه (۲۱) می باشد. در رابطه زیر f_c تنش حداکثر بتن و σ تنش بتن پس از رسیدن بتن به تنش حداکثر است.

$$\text{damage parameter} = 1 - \frac{\sigma}{f_c} \quad (21)$$

^۱ damaged plasticity

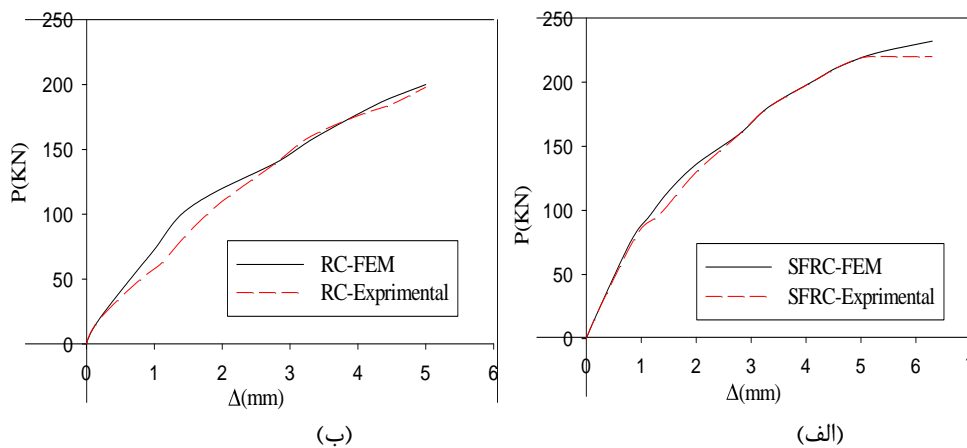
سپس نوع اندرکنش بین اعضای مدل سازی (بتن و فولاد) تعریف شده است که در این مدل سازی نوع اندرکنش بین فولاد و بتن، حالت مدفون شدگی انتخاب شده، و اندرکنش بین ستون و صفحه صلب از نوع کوپلینگ انتخاب شده است. برای بارگذاری ستون مورد مطالعه، بارگذاری استاتیکی انتخاب شده است. در این مدل سازی نحوه بارگذاری به صورت اعمال جابجایی می باشد. همان طور که قبلا گفته شد این جابجایی برای جلوگیری از تمرکز تنش به نقطه مورد نظر در صفحه صلب اختصاص داده شده است. پس از مش بندی بتن و فولاد که از نوع مکعبی می باشد، اقدام به تحلیل مدل شده است. در شکل (۵) نحوه بارگذاری و تغییر شکل ستون تحلیل شده قابل مشاهده است.



شکل ۵- الف (نحوه بارگذاری ب) تغییر شکل ستون تحلیل شده

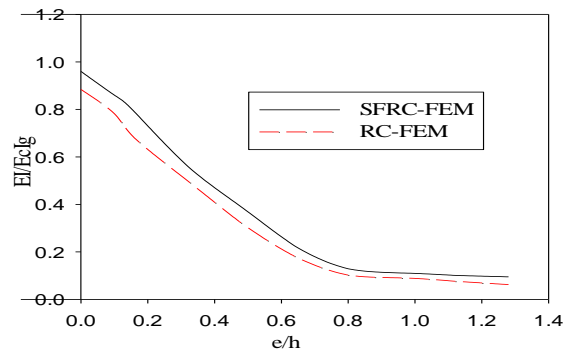
۵. صحت سنجی

طبق شکل (۶) ، نتیجه مدل عددی به نتایج آزمایشگاهی خیلی نزدیک می باشد.



شکل ۶- الف) مقایسه خروجی مطالعه عددی با کار آزمایشگاهی نمونه با بتن الیافی
ب) مقایسه خروجی مطالعه عددی با کار آزمایشگاهی نمونه با بتن معمولی

بنابراین ستون ها تحت اثر خروج از مرکزیت های مختلف قرار داده شده و پس از تحلیل مقدار M_n و P در لحظه نهایی استخراج شده است. با توجه به رابطه (۲۰) مقدار صلبیت خمشی در هر خروج از مرکزیت بدست آمده است. نتایج بدست آمده برای ستون با بتن معمولی و ستون با بتن الیافی در شکل (۷) نشان داده شده است.



شکل ۷- نمودار صلبیت خمشی - خروج از مرکزیت برای بتن معمولی و بتن الیافی

در شکل (۷)، EI صلبیت خمشی ستون در لحظه نهایی، $E_c I_g$ صلبیت خمشی مقطع ترک نخورده و e/h نسبت خروج از مرکزیت به عرض مقطع می باشد. با توجه به شکل فوق، الیاف فولادی صلبیت خمشی ستون لاغر را نسبت به ستون لاغر فاقد الیاف افزایش داده است. اثر افزایش صلبیت خمشی در خروج از مرکزیت های کمتر بیشتر شده و در خروج از مرکزیت های کوچک تر مقدار صلبیت خمشی ستون با الیاف فولادی $1/11$ برابر بیشتر از ستون فاقد الیاف فولادی شده است.

۶. نتیجه گیری

در این مقاله تاثیر الیاف فولادی بر صلبیت خمشی بررسی شده است، با توجه به نتایج حاصل از مدل سازی عددی، نتایج زیر حاصل شده است:

- ۱- مدل اجزای محدود ارائه شده به خوبی رفتار بتن الیافی را در ستون لاغر تحت بار کمانشی نشان داده است.
- ۲- افزودن الیاف فولادی در ستون لاغر باعث افزایش صلبیت خمشی آن شده است.
- ۳- الیاف فولادی در خروج از مرکزیت های کم اثر بیشتری دارد و در خروج از مرکزیت های کوچک تر مقدار صلبیت خمشی ستون با الیاف فولادی $11/1$ برابر بیشتر از ستون فاقد الیاف فولادی شده است.

۷. مراجع

- [1] Altun, F., Haktanir, T., and Ari, K. (2007). "Effects of steel fiber addition on mechanical properties of concrete and RC beams". *Construction and Building Materials*, 21(3), 654-661.
- [2] Bencardino, F., Rizzuti, L., Spadea, G., and Swamy, R. N. (2008). "Stress-strain behavior of steel fiber-reinforced concrete in compression". *Journal of Materials in Civil Engineering*, 20(3), 255-263.
- [3] Khot, S. R., & Mane, S. S. (2015). "An Experimental Study On Shear Behavior Of Steel Fiber Reinforced Concrete Beam". *Jornal of Engineering and Technology*, 02(06), 829-834.
- [4] Lim, D. H., & Oh, B. H. (1999). "Experimental and theoretical investigation on the shear of steel fibre reinforced concrete beams". *Engineering Structure*, 21(10), 937-944.
- [5] Nguyen, T. N., Nguyen, T. T., & Pansuk, W. (2016). "Experimental study of the punching shear behavior of high performance steel fiber reinforced concrete slabs considering casting directions". *Engineering Structures*. *Engineering Structure*, 131, 564-573.
- [6] Sofi, A., & Phanikumar, B. R. (2015). "An experimental investigation on flexural behaviour of fibre-reinforced pond ash-modified concrete". *Ain Shams Engineering Journal*, 6(4), 1133-1142. and *Materials* (Vol. 178, pp. 2228-2235). Trans Tech Publications.
- [7] Ramesh, K., Seshu, D. R., and Prabhakar, M. (2003). "Constitutive behaviour of confined fibre reinforced concrete under axial compression". *Cement and Concrete Composites*. 25(3), 343-350.
- [8] Campione, G., and Mangiavillano, M. L. (2008). "Fibrous reinforced concrete beams in flexure: experimental investigation, analytical modelling and design considerations". *Engineering structures*, 30(11), 2970-2980.

- [9] Mansur, M.A.; Ong, K.C.G. (1991). "Behaviour of reinforced concrete deep beams in shear". ACI Struct J, 88(1), pp98-105.
- [10] Mirza, S. A., & Tikka, T. K. (1999). "Flexural stiffness of composite columns subjected to major axis bending". ACI Structural Journal, 96(1), 19-28.
- [11] Tokgoz, S., Dundar, C., and Tanrikulu, A. K. (2012). "Experimental behaviour of steel fiber high strength reinforced concrete and composite columns". Journal of Constructional Steel Research, 74, 98-107.
- [12] Hognestad, E., Hanson, N. W., and McHenry, D. (1955, December). "Concrete stress distribution in ultimate strength design". In Journal Proceedings (Vol. 52, No. 12, pp. 455-480).
- [13] Mander, J. B., Priestley, M. J., and Park, R. (1988). "Theoretical stress-strain model for confined concrete". Journal of structural engineering, 114(8), 1804-1826.
- [۱۴] ساعدی داریان، ا.، بهرامپور، ح.، عرب زاده، ح.، (۱۳۹۰). "راهنمای جامع نرم افزار اباکوس". چاپ اول، انتشارات انگیزه.