

ارزیابی عملکرد رفتاری مصالح بتن مسلح در نرم افزار اجزاء محدود

شاپور طاحونی^۱، میلاد رومیانی^{۲*} عزت اله آزادی فر

۱- استادیار دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی امیرکبیر، stahouni@aut.ac.ir

۲- کارشناسی ارشد مهندسی عمران دانشگاه صنعتی امیرکبیر، miladroomiani@aut.ac.ir

۳- دانشجوی دکترای عمران دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک، ezzatolahazadifar@gmail.com

روش اجزاء محدود جزء یکی از پرکاربردترین روش های مورد استفاده در حل مسائل مهندسی است. از جمله مزیت های استفاده از این روش نسبت به روش های دیگر؛ کمتر بودن هزینه این روش نسبت به روش های آزمایشگاهی، امکان اعمال شرایط مرزی به صورت دقیق، بالا بودن سرعت انجام تحلیل و داشتن دقت بسیار بالا در انجام تحلیل می باشد. طبیعتاً در کنار مزایای روش مذکور معایبی نیز وجود دارد که ذکر آن لازم به نظر می رسد، از جمله این موارد نیز می توان به عدم تطابق کامل شرایط آزمایشگاهی و نرم افزاری، تأثیر نوع و اندازه المان های انتخابی بر دقت حل مسئله و همچنین عدم امکان تعریف مشخصات مصالح به صورت کامل اشاره کرد.

به نظر می رسد از بین معایب عنوان شده برای روش اجزاء محدود، عدم مطابقت کامل مشخصات مصالح در نرم افزار و نمونه آزمایشگاهی، بیشترین اثر را در روند تحلیل مسئله داشته باشد، بر همین اساس در این مطالعه مراحل و نکات مربوط به شبیه سازی مصالح بتن آرمه در نرم افزار اجزاء محدود (ABAQUS) تشریح خواهد شد. در نهایت رفتار مصالح شبیه سازی شده از لحاظ مقاومت، پیوستگی بین بتن و آرماتور و استهلاک انرژی با نمونه های آزمایشگاهی مقایسه خواهد شد.

کلمات کلیدی: اجزاء محدود، بتن مسلح، ABAQUS، شبیه سازی بتن مسلح

مقدمه

در میان روش‌های متداول و موجود در تحلیل سازه‌ها روش اجزا محدود به‌عنوان یکی از کامل‌ترین و قدرتمندترین ابزارها برای تحلیل سازه شناخته شده است. پیشرفت‌های سال‌های اخیر در کاربرد روش اجزا محدود باعث شده که مدل‌سازی و تحلیل هر سازه یا جزئی از آن مانند یک اتصال با شبیه‌سازی دقیق و نزدیک به واقعیت ممکن گردد. به‌عنوان مثال امکان ارزیابی مدل در محدوده عملکرد خطی و یا غیرخطی مصالح در ترکیبات بارگذاری متفاوت به راحتی امکان‌پذیر می‌باشد. از مزایای مهم این روش، توانایی آن در حل مسائل مختلف با آرایش‌های متنوع المان سازه‌ای، خواص مصالح گوناگون و شرایط مرزی دلخواه می‌باشد؛ بنابراین روش اجزا محدود با قابلیت‌های فوق‌العاده برای مدل‌سازی انواع سازه‌های بتنی و اجزا آن می‌باشد.

وجود پارامترهای متعدد و تأثیرگذار در سازه‌های بتنی موجب می‌شود تا پیش‌بینی کامل رفتار سازه بدون انجام آزمایش یا تحلیل‌های دقیق ممکن نبوده یا بسیار دشوار شود. از سویی، امکان انجام آزمایش و بررسی تغییرات هر پارامتر، عملی است که مستلزم صرف زمان و هزینه زیادی است. در حال حاضر با توجه به وجود روش‌های تحلیل اجزا محدود امکان تحلیل غیرخطی سازه‌ها با دقت قابل قبول و سرعت بیشتر امکان‌پذیر بوده و به این ترتیب می‌توان مقادیر تنش و تغییر شکل را در بخش‌های مختلف سازه محاسبه کرد.

تعیین رفتار غیرخطی بتن مهم‌ترین مرحله در مدل‌سازی عددی سازه‌های بتن‌آرمه می‌باشد. در نرم‌افزار المان محدود ABAQUS رفتار غیرخطی مصالح ترد را می‌توان به سه روش؛ مدل ترک پخشی^۱، مدل شکست ترد^۲ و مدل خسارت پلاستیک بتن تعریف کرد [۱]. هر یک از این مدل‌ها دارای مزایایی می‌باشند که می‌توانند برحسب نیاز مورد استفاده قرار گیرند. مدل خسارت بتن تنها مدلی است که در هر دو تحلیل استاتیکی و دینامیکی قابل استفاده است. در این مدل فرض بر این است که ترک کششی و خرد شدگی فشاری دو جنبه اصلی مکانیسم گسیختگی بتن می‌باشد و برای مدل‌سازی شکست مصالح ترد تحت بارگذاری چرخه‌ای طراحی شده است به طوری که امکان بازیابی سختی در طی بارهای رفت و برگشتی وجود دارد [۲].

در مدل خسارت پلاستیک به دلیل عدم وجود ضوابط گسیختگی امکان حذف المان‌ها یا ایجاد ترک در طول تحلیل وجود ندارد ولی این مدل توانایی پیشگویی محل و جهت تشکیل ترک‌ها را دارا می‌باشد. به‌منظور اجتناب از خرابی‌های زیاد در المان‌ها، مش بندی المان‌ها در مدل خسارت پلاستیک بتن بهتر است با استفاده از تکنیک^۳ adaptive meshing انجام شود [۳]. در این مطالعه ابتدا به توضیح مفاهیم و نحوه محاسبه پارامترهای مدل شکست خسارت پلاستیک بتن پرداخته شده است. در نهایت پارامترهای پلاستیک جهت مدل‌سازی یک نوع اتصال بتنی محاسبه شده و برای اطمینان از صحت نتایج در مدل‌سازی عددی استفاده گردیده است.

مدل‌سازی در ABAQUS

در این قسمت تمامی موارد مورد نیاز برای مدل‌سازی اتصالات بتنی در نرم‌افزار ABAQUS اعم از رفتار مصالح مصرفی، پارامترهای مورد نیاز جهت شبیه‌سازی و نوع المان‌های انتخابی توضیح داده شده است.

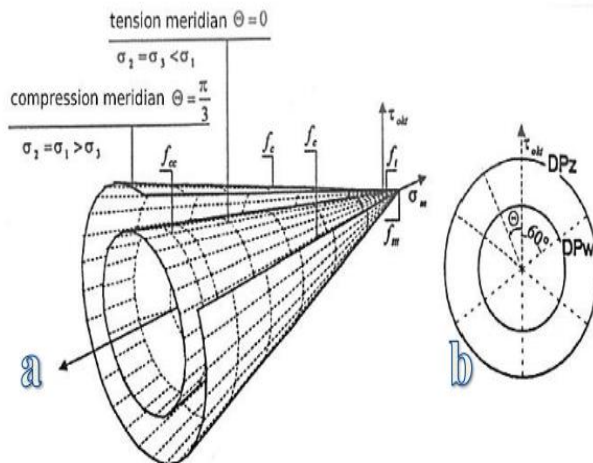
^۱ Smearred crack concrete

^۲ Brittle crack concrete

مش بندی تطبیقی^۳

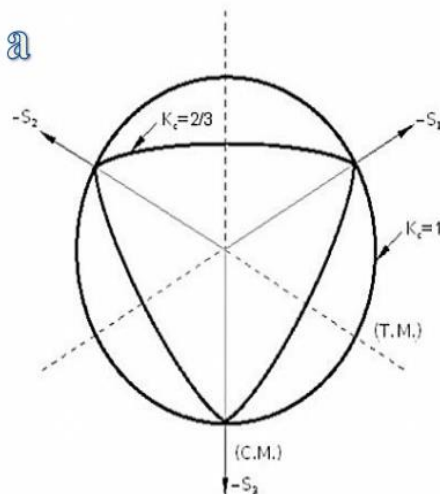
۱.۱.۱ سطح تسلیم مدل خسارت پلاستیک بتن

مدل خسارت پلاستیک بتن تعمیم یافته معیار شکست دراگر-پراگر (۱۹۵۲) می باشد. این معیار یک سطح شکست مخروطی مطابق شکل ۱ دارد و یکی از تئوری های قوی در مدل سازی شکست بتن آرمه می باشد [۴].

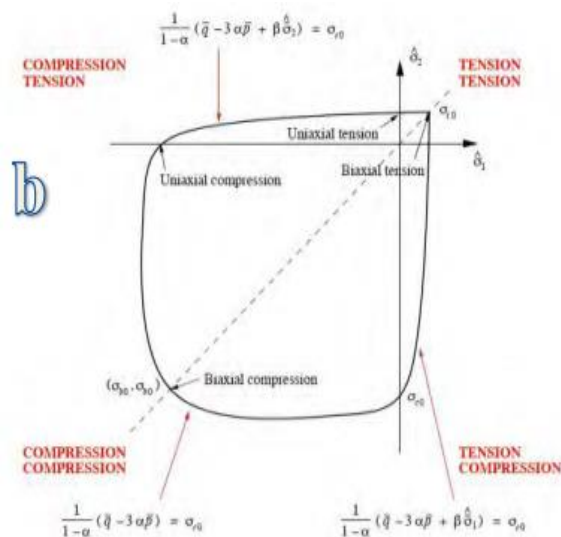


شکل ۱: معیار شکست بتن دراگر-پراگر (۱۹۵۲) [۴].

طبق اصلاح صورت پذیرفته در مدل خسارت پلاستیک، لزومی بر دایروی بودن صفحه دوپاتوریک وجود ندارد و می تواند شکل دیگری نیز داشته باشد (شکل ۲). شکل این صفحه با ضریب K_c تعیین می شود. این ضریب مقداری بیش از ۰.۵ دارد و وقتی مساوی ۱ باشد شکل دایره و یا همان معیار دراگر-پراگر به دست می آید. از لحاظ فیزیکی K_c نسبت فاصله بین محور هیدرو استاتیک با مریدین فشاری و مریدین کششی می باشد. در مدل خسارت پلاستیک بتن مقدار پیش فرض این ضریب $2/3$ می باشد که بر اساس آزمایش های فشاری سه محوره و تحلیل های عددی پیشنهاد شده است. در این مدل شکل مریدین ها نیز در فضای تنش تغییر کرده است و آزمایش ها نشان گر این است که مریدین ها منحنی شکل می باشند [۴]. سطح تسلیم در فضای تنش دوبعدی برای مدل خسارت پلاستیک بتن در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۲: مدل اصلاح شده خسارت پلاستیک بتن [۴].



شکل ۳: سطح تسلیم خسارت پلاستیک بتن در فضای تنش دوبعدی [۱].

پتانسیل خروج از مرکزیت پلاستیک، عدد کوچک مثبتی است که برابر نسبت مقاومت کششی به مقاومت فشاری بتن می‌باشد. مقدار پیش‌فرض آن برابر ۰.۱ است. وقتی که این عدد برابر صفر باشد در واقع شکل مریدین تبدیل به یک خط راست می‌شود (معیار دراگر-پراگر کلاسیک) [۴].

تعیین پارامتر f_b/f_c

نسبت مقاومت فشاری دومحوره بتن به مقاومت فشاری تک‌محوره می‌باشد. نتایج حاصل از آزمایش‌ها نشان داده است که رابطه بین مقاومت فشاری تک‌محوره و دومحوره بتن مطابق رابطه زیر می‌باشد [۴].

$$f_b = 1.1624 f_c \quad (1)$$

تعیین پارامتر زاویه اتساع (Ψ)

زاویه اتساع (Ψ) شیب صفحه گسیختگی به طرف صفحه هیدرو استاتیک در صفحه مریدین می‌باشد. از لحاظ فیزیکی Ψ زاویه اصطکاک داخلی بتن می‌باشد؛ که در اغلب موارد مقدار آن ۳۶ یا ۴۰ فرض می‌شود [۴].

پارامتر ویسکوالاستیک (μ)

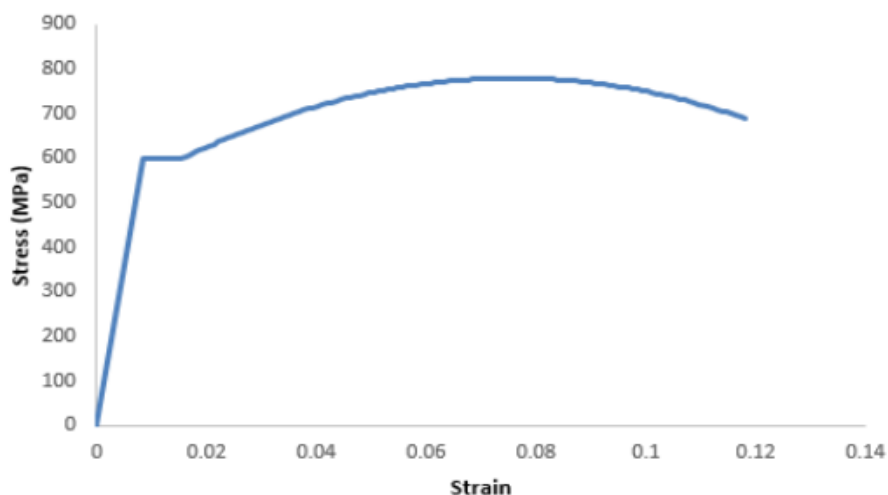
پارامتر ویسکوالاستیک (μ) که در مدل خسارت پلاستیک وجود دارد در واقع برای همگرایی بهتر گام‌ها در Abaqus Standard استفاده می‌شود و مقدار آن بایستی با چند بار تحلیل به دست آورد. μ کوچک‌ترین عدد مثبتی است که باعث همگرایی بهتر تحلیل می‌شود. این پارامتر امکان خروج تدریجی از سطح پتانسیل را در شرایط ناهمگرایی‌های جزئی تحلیل فراهم می‌سازد [۴].

المان‌های انتخابی

برای مدل‌سازی اجزای بتنی و آرماتورها در نرم‌افزار به ترتیب از حالت‌های *wire* و *solid* استفاده شده است. جهت مدفون‌سازی آرماتورها در بتن از مدل *Embedded region* استفاده شده است، همچنین همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد برای رفتار غیرخطی فشاری و کششی بتن از *Concrete Damage Plasticity* بهره گرفته شده است [۱]. جهت مش‌بندی مقاطع بتنی از المان‌های هشت‌گره‌ای *C3D8* و از المان *Truss* برای مش‌بندی آرماتورها با اندازه مناسب استفاده شده است.

رفتار مصالح فولاد

جهت شبیه‌سازی مصالح فولادی اعم از ورق‌ها و نبشی‌ها از فولاد *st37* استفاده شده است. رفتار آرماتورها به صورت پلاستیک، با سخت‌شدگی مجدد در مرحله پلاستیک‌شدگی در نظر گرفته شده است. نمونه‌ای از این رفتار که مربوط به آرماتور با قطر ۱۶ میلی‌متر و مقاومت تسلیم ۶۰۰ مگا پاسکال می‌باشد، در ادامه نشان داده شده است.



شکل ۴: نمودار تنش کرنش فولاد مورد استفاده در شبیه‌سازی آرماتورها.

در مدل‌سازی مصالح فولادی برای در نظر گرفتن سخت‌شدگی فولاد و همچنین دقت در تعیین مشخصات مصالح فولادی از نرم‌افزار *KSU_RC [5]* که توسط دانشگاه *Kansas State* گسترش داده شده، استفاده شده است. قابل ذکر است که برای نمونه‌های مختلف بررسی شده، از فولادهایی با مقاومت مختلف بر اساس مقاله مرجع استفاده شده است که مشخصات هر کدام از آنها به صورت جداگانه توضیح داده خواهد شد.

رفتار مصالح بتن

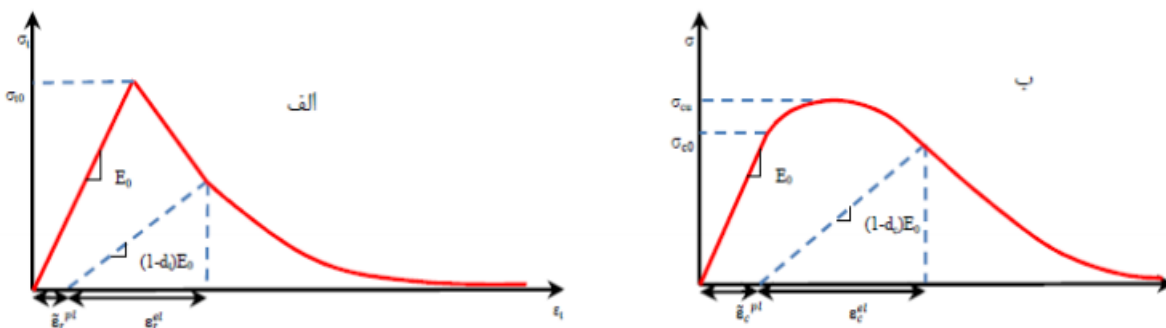
برای مدل‌سازی رفتار بتن از مدل گسترش داده‌شده توسط چانگ و مندر [۶] در سال ۱۹۹۴ استفاده شده است.

آسیب بتن

تحلیل غیرخطی سازه‌های بتن مسلح و اجزای آن‌ها می‌تواند با استفاده از مدل رفتاری برای آرماتور و بتن، به‌علاوه مدل رفتاری پیوند بین بتن و آرماتور انجام شود ولی استفاده از این مدل رفتاری منجر به افزایش درجات آزادی و هزینه‌ی محاسباتی بالا می‌شود. لذا استفاده از روش‌های ترک پخشی و خسارت خمیری که قبلاً راجع به آن‌ها بحث کردیم در سالیان اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در این روش‌ها المان تماسی به صورت صریح مدل نمی‌شود و چسبندگی با استفاده از مدل‌های رفتاری متوسط برای بتن و آرماتور، به صورت غیر مستقیم وارد محاسبات می‌شود. در روش خسارت خمیری، بتن ترک‌خورده به‌عنوان یک ماده همگن و پیوسته در نظر گرفته شده و به‌جای مدل‌سازی ترک‌ها، آسیب‌دیدگی نمونه بتنی توسط کاهش سختی آن در نظر گرفته می‌شود.

پس از مشخص شدن پارامترهای مربوط به تابع تسلیم، لازم است تا نمودار تنش کرنش بتن در فشار و کشش در نرم‌افزار ABAQUS معرفی شود. شکل ۵ نمودارهای مربوطه را نشان می‌دهد. پارامترهای dc و dt در این شکل، پارامترهای خسارت نامیده شده و سختی بتن در نقاط مختلف نمودار تنش-کرنش را معین می‌کنند. حداکثر این پارامترها برابر ۱ بوده و در صورتی که مقدار آن‌ها صفر فرض شود به معنی آن است که سختی مصالح در چرخه‌های بارگذاری و باربرداری تغییر نمی‌کند، همچنین مقادیر E_c و E_t در این شکل به ترتیب مدول الاستیسیته بتن در فشار و کشش اند [۷]. در این تحقیق، منحنی تنش-کرنش بتن با توجه به موارد ذکر شده که همان تئوری چانگ و مندر [۶] در سال ۱۹۹۴ می‌باشد رسم شده و در نرم‌افزار مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای شبیه‌سازی بتن‌های با مقاومت فشاری مختلف و استفاده شده در این مطالعه، از نرم‌افزار KSU_RC [۵] که توسط دانشگاه Kansas State گسترش داده شده، استفاده می‌شود. این کار علاوه بر پایین آوردن احتمال خطا باعث دقت در رسم نمودار به‌واسطه افزایش تعداد نقاط راهنما می‌شود.

نمودار تنش-کرنش کششی نیز مانند شکل ۵ (a) و بر اساس فرمول ذکر شده رسم می‌شود و در نرم‌افزار ABAQUS مورد استفاده قرار می‌گیرد. در نرم‌افزار موجود قابلیت رسم نمودار کششی برای تنش-کرنش وجود ندارد بر همین اساس به علت سادگی رسم این نمودار، به‌صورت دستی و با استخراج مختصات چند نقطه این کار را انجام داده می‌شود.



شکل ۵: نمودار تنش کرنش کششی (الف) و فشاری (ب) بتن [۷].

روابط (۱) و (۲) اساس رسم نمودارهای تنش - کرنش فشاری و کششی در روش مندر هستند.

$$\sigma_t = (1 - d_t) E \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \quad (1)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c) E \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}) \quad (2)$$

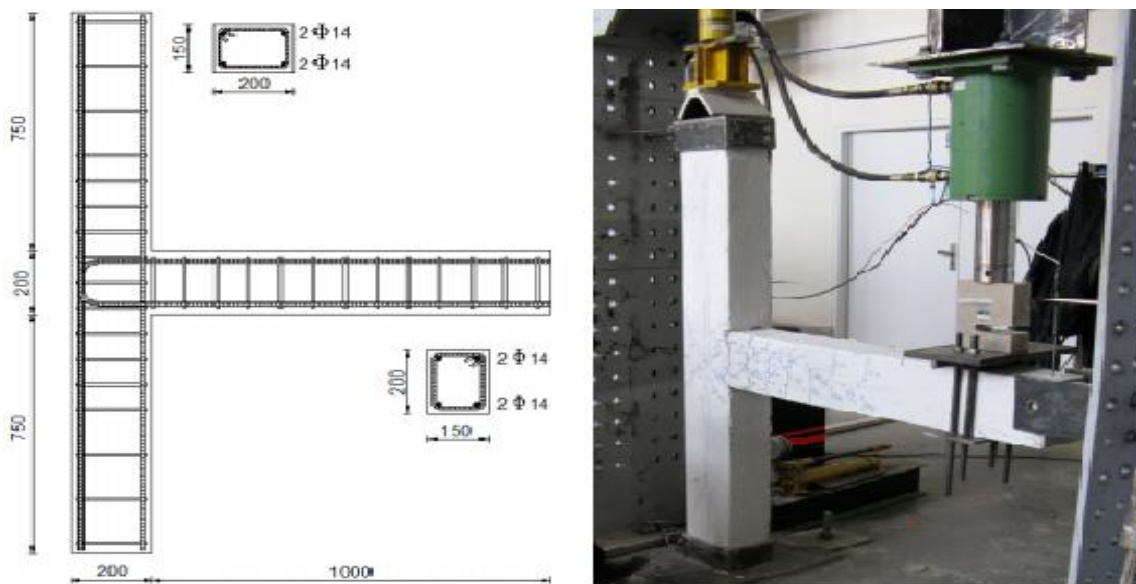
اندرکنش بین بتن و فولاد

برای بررسی پارامترهای تأثیرگذار در شبیه‌سازی سازه‌های بتن مسلح باید نمونه‌ای از آن‌ها را مورد تحلیل و بررسی قرارداد لذا به این منظور در این مطالعه نمونه‌ای از اتصال تیر به ستون بتنی در نظر گرفته شده است. دلیل انتخاب این مورد را می‌توان اهمیت نقش اتصال در سازه‌های بتنی و همچنین حساس بودن محل اتصال دانست به صورتی که بیشترین و متنوع‌ترین پارامترهای تأثیرگذار بر بتن مسلح را می‌توان در محل اتصال مشاهده کرد [۸].

به منظور مطالعه پارامترهای مورد بحث در این پژوهش، نتایج مطالعه دکتر اصفهانی و همکارانش [۹] در دانشگاه فردوسی مشهد مورداستفاده قرار گرفت. این مطالعه برای بررسی اثر استفاده از بتن خود متراکم در محل چشمه اتصال و مقایسه آن با نمونه یکپارچه صورت گرفته که در آن چندین اتصال با بتن‌ریزی و آرماتوربندی مختلف در محل اتصال، مورد بررسی قرار گرفته است.

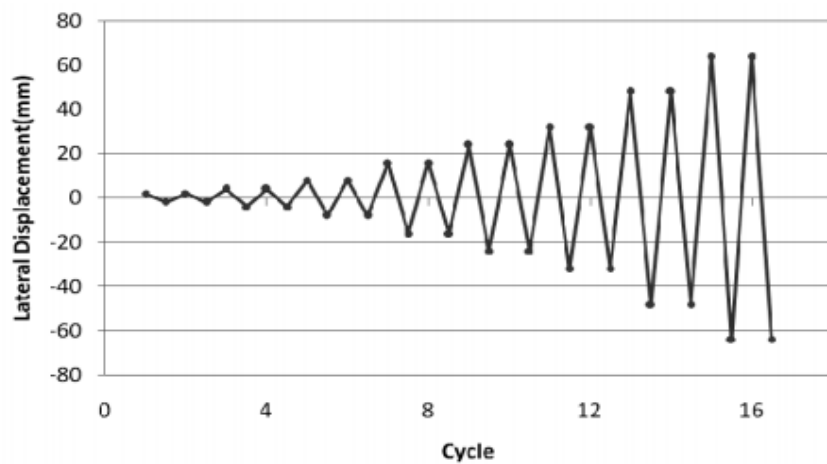
از میان نمونه‌های موجود در مطالعه مذکور نمونه An2x [۹] که در آن محل اتصال با بتن خود متراکم بتن‌ریزی شده است مورد بررسی قرار می‌گیرد. جزئیات اجرایی و جک بارگذاری بر روی این اتصال در شکل ۶ ارائه شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود دو سر ستون به وسیله تکیه‌گاه‌های فلزی برای ایجاد گیرداری و جلوگیری از دوران مهار شده است و در نهایت بارگذاری به وسیله یک جک هیدرولیکی روی لبه جلویی تیر اعمال می‌شود.



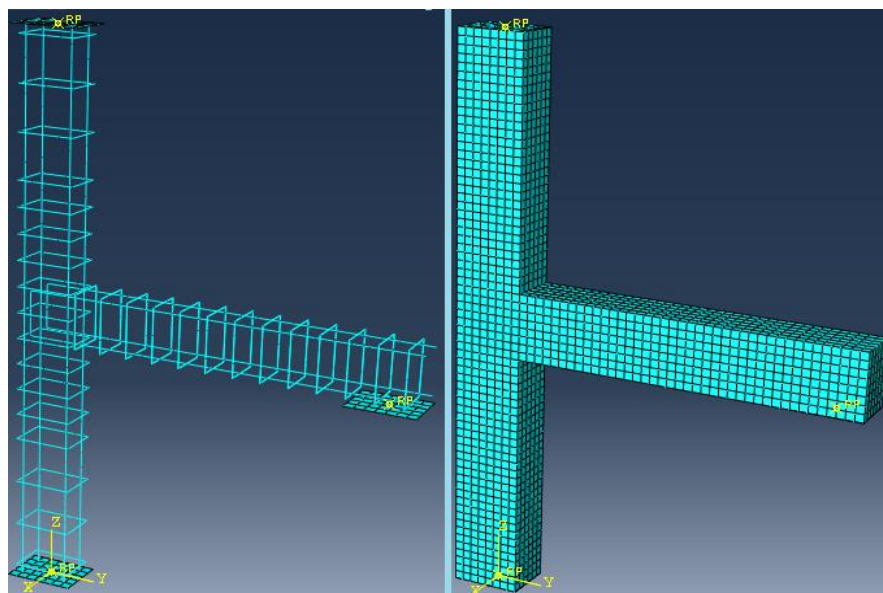
شکل ۶: جزئیات اجرایی و جک بارگذاری بر روی اتصال پیش ساخته

بارگذاری اعمال شده در انتهای تیر به شکل چرخه‌ای و به صورت نشان داده شده در شکل ۷ می‌باشد.



شکل ۷: نمودار بارگذاری چرخه‌ای اعمال شده بر نمونه پیش ساخته [۹].

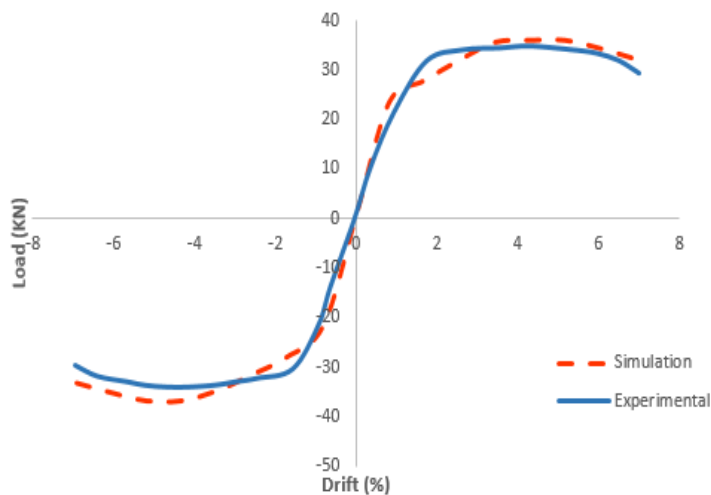
با توجه به جزئیات اجرایی ارائه شده در مقاله، شبیه‌سازی این اتصال در نرم‌افزار ABAQUS انجام شد. فرم مش بندی شده حاصل از این شبیه‌سازی در شکل ۸ ارائه شده است. در شبیه‌سازی اتصال مورد مطالعه، برای اعمال بهتر شرایط تکیه‌گاهی صفحات صلب به انتهای تیر و ستون چسبانده شده است و با اختصاص نقطه مرجع به این صفحات صلب، بارگذاری و شرایط مرزی دقیقاً مانند شرایط اعمال شده در آزمایشگاه به این نقاط مرجع نیز اعمال شده است.



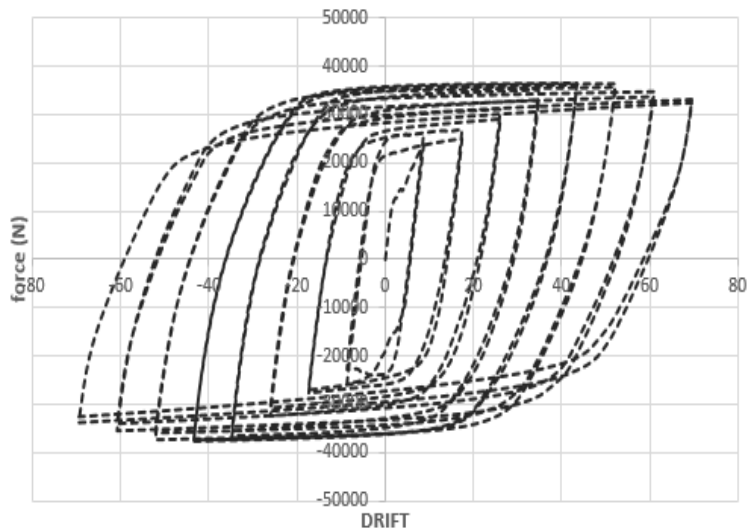
شکل ۸: شکل مش بندی شده نمونه اتصال پیش ساخته.

با توجه به اینکه هدف به دست آوردن منحنی بار- تغییرمکان برای اتصال موردنظر است در ابتدا نیاز است که منحنی چرخه‌ای ارائه شده در مقاله به صورت منحنی بار- تغییرمکان ارائه شود. برای این کار از مفاهیم موجود در ATC-۷۲ [۱۰] استفاده شده است.

در شکل ۹ منحنی بار- تغییرمکان به دست آمده از نرم افزار و منحنی بار-تغییرمکان ارائه شده در مقاله برای مقایسه بهتر در یک دستگاه مختصات رسم شده‌اند. (شکل ۱۰)



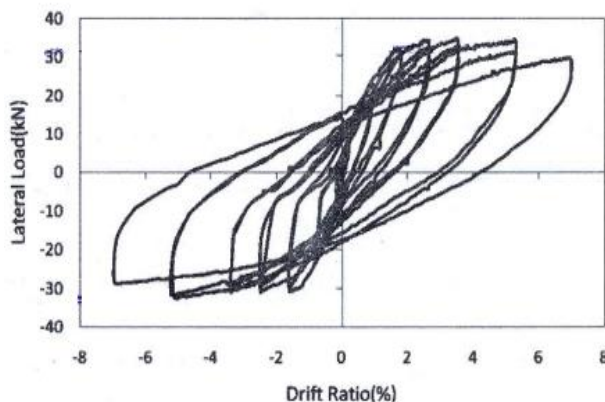
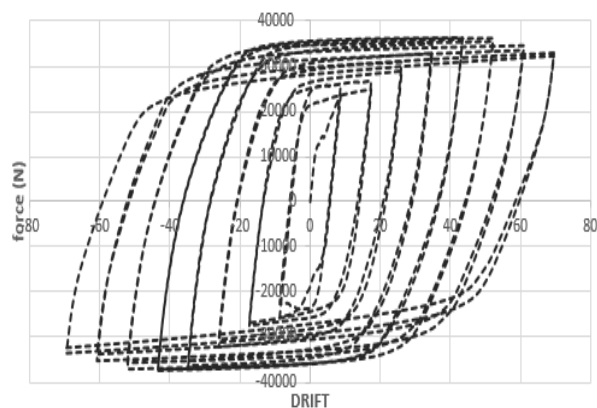
شکل ۹: مقایسه نمودار بار - تغییر مکان حاصل از آزمایش و شبیه سازی برای نمونه پیش ساخته.



شکل ۱۰: نمودار بار - تغییرمکان هیسترتیک حاصل از شبیه سازی برای نمونه پیش ساخته.

مرکزگرایی شدن نمودار هیستریک (Pinching)

نکته مهمی که در مراحل شبیه‌سازی مشاهده شد این است که به‌طور کلی تغییر حالت شکست از خمشی در تیر به برشی در هسته اتصال باعث کاهش شکل‌پذیری و افزایش جمع شدگی مرکزی (Pinchin) در نمودار هیستریک می‌شود. برای نشان دادن هرچه بهتر این موضوع منحنی هیستریک نیرو-تغییر مکان اتصال با بتنی‌ریزی غیر یکنواخت جهت مقایسه با نمودار آزمایشگاهی در شکل ۱۱ آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، جمع شدگی نمودار در نتایج آزمایشگاهی مربوط به این اتصال مشهود است اما در مدل‌سازی اتصالات بتنی در نرم‌افزار ABAQUS به علت این‌که آرماورها به‌صورت Wire در داخل بتن مدفون می‌شوند و در طول تحلیل رفتاری معادل برای آن‌ها در نظر گرفته می‌شود، نمی‌توان پدیده جمع شدگی نمودار را به‌صورت واضح در نتایج به‌دست‌آمده مشاهده کرد. این مسئله می‌تواند دلایل مهمی از جمله عدم در نظر گرفتن لغزش واقعی بین آرماور و بتن توسط نرم‌افزار داشته باشد.



شکل ۱۱: نمودار نیرو-تغییر مکان حاصل از آزمون آزمایشگاهی شکل ۱۲: نمودار نیرو-تغییر مکان حاصل از تحلیل نرم‌افزاری

نتیجه‌گیری

در این بخش به ارائه نتایج این مطالعه می‌پردازیم. در ابتدا نتایج حاصل از مقایسه نمودار نیرو - جابجایی مربوط به تحلیل عددی اتصال بتنی و مقایسه آن با نتایج حاصل از آزمون آزمایشگاهی بیان می‌گردد. در ادامه نتیجه به‌دست‌آمده از مقایسه نمودارها از حیث پدیده جمع شدگی مرکزی نمودار هیستریک بیان خواهد شد.

- پس از مقایسه نمودارهای نیرو-تغییر مکان حاصل از تحلیل نرم‌افزاری و آزمون آزمایشگاهی مربوط به اتصال پیش‌ساخته با بتنی‌ریزی غیریکنواخت مشاهده شد که شکل نمودار پوش آن‌ها دقیقاً شبیه هم بوده با این تفاوت که نتایج نرم‌افزاری مقاومت اتصال را حدود ۵ درصد بیشتر از آزمون آزمایشگاهی به دست می‌دهد البته اختلاف قابل‌انتظار بیشتر از این مقدار بوده که دلیل نزدیک بودن بیش‌ازحد نتایج را می‌توان وجود نداشتن جزییات پیچیده در اتصال و شباهت کامل اتصال شبیه‌سازی شده با نمونه اصلی دانست.
- با توجه به صحت نتایج به دست آمده و همخوانی آن‌ها با نتایج تست نمونه آزمایشگاهی می‌توان نتیجه گرفت که استخراج مشخصات مصالح فولاد و بتن اعم از نمودار تنش - کرنش به درستی صورت گرفته است. بر همین اساس استفاده از مدل مندر برای استخراج مشخصات بتن و استفاده از نرم‌افزار KUS-RC (نمودار تنش - کرنش با سخت شدگی مجدد) برای استخراج مشخصات مصالح فولاد جهت شبیه‌سازی بتن مسلح در نرم‌افزار ABAQUS توصیه می‌گردد.

- با توجه به نزدیک بودن نتایج به دست آمده از تحلیل نرم‌افزاری و تست‌های آزمایشگاهی می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از مدل Concrete Damage Plasticity برای شبیه‌سازی بتن و همچنین اعمال مش بندی تطبیقی به مدل ساخته شده باعث افزایش دقت در شبیه‌سازی و نزدیک شدن خصوصیات مدل نرم‌افزاری به نمونه واقعی خواهد شد.
- همان‌طور که مشاهده شد؛ جمع شدگی نمودار در نتایج آزمایشگاهی مربوط به اتصالات مشهود است اما در مدل‌سازی اتصالات بتنی با نرم‌افزار ABAQUS به علت این‌که آرماتورها به صورت Wire در داخل بتن مدفون می‌شوند و در طول تحلیل رفتاری معادل برای آن‌ها در نظر گرفته می‌شود، نمی‌توان پدیده جمع شدگی نمودار را به صورت واضح در نتایج به دست آمده مشاهده کرد. این مسئله می‌تواند دلایل مهمی از جمله عدم در نظر گرفتن لغزش واقعی بین آرماتور و بتن توسط نرم‌افزار داشته باشد.

مراجع

- [۱] ABAQUS ۶.۱۳ Analysis User,s Manual Volume III.
- [۲] Wahalathantri, B.L., Thambiratnam, D.P., Chan, THT., & Fawzia, S (۲۰۱۱); "A material model for flexural crack simulation in reinforced concrete elements using ABAQUS", *In Proceedings of the First International Conference on Engineering, Designing and Developing the Build Environment for Sustainable Wellbeing*, Brisbane, Qld, pp. ۲۶۰-۲۶۴.
- [۳] Oliver Martin, European Commission Joint Research Center Institute for Energy JRC-IE; "Comparison of different Constitutive Models for Concrete in ABAQUS/Explicit for Missile Impact Analyses", *Netherlands*, ۲۰۱۰.
- [۴] P. Kmiecik m, M. Kaminski; "Modelling of Reinforced Concrete Structures and Composite Structures with Concrete Strength Degradation Taken into Consideration" *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, Vol. XI, No.۳, ۲۰۱۱.
- [۵] A. Esmaeily, Writer, *KUS_RC*. Kansas State University.
- [۶] Chang, G. A., & J. B. Mander, "Seismic Energy Based Fatigue Damage Analysis of Bridge Columns: Part I- Evaluation of Seismic Capacity" *State University of New York*, New York. NCEER Technical Report, ۱۹۹۴.
- [۷] عرب‌زاده، ابوالفضل؛ نیکروش، مرتضی؛ محمدی سلطانی، مسعود؛ "تأثیر مدل‌های سخت‌شدگی کششی بر پاسخ عددی تیرهای بتن مسلح تحت اثر لنگر خمشی - پیچشی"، چهارمین کنفرانس ملی بتن ایران، ۱۳۹۱.
- [۸] Building Code Requirements for Structural Concrete, *ACI ۳۱۸-۱۱*, August ۲۰۱۱.
- [۹] شیرازی، حمید؛ اصفهانی، محمدرضا؛ "اثر بتن خود تراکم بر اتصالات خارجی تیر - ستون بتنی"، نشریه علمی پژوهشی *امیرکبیر (دانشکده مهندسی عمران و محیط‌زیست)*، چهل‌وپنج، شماره ۱، ۹۶-۸۱، تابستان ۱۳۹۲.
- [۱۰] Applied Technology Council (ATC); "Modeling and Acceptance Criteria for Seismic Design and Analysis of Tall Buildings" Peer Tall Buildings Project Advisory Committee, (۷۲-۱).